



Área do Conhecimento:	Matemática e suas tecnologias
Componente Curricular:	Matemática
Ano/Série:	2. ^a Série do Ensino Médio

Prezado(a) Estudante,

Esta **Trilha de Aprendizagem** apresenta possíveis caminhos para o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao componente curricular e tem o objetivo de auxiliá-lo(a) na sua rotina de estudos para que você alcance o desempenho esperado.

No decorrer da Trilha, você poderá compreender melhor os temas estudados e ampliar seus conhecimentos, por meio de diferentes estratégias que visam contribuir para o seu processo de aprendizagem.

Segue abaixo a relação de unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades a serem desenvolvidas.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
GEOMETRIA E MEDIDAS	Trigonometria no Ciclo	(BNCC – EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
	Geometria Espacial	(BNCC – EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BNCC – EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA	Análise Combinatória e Probabilidade	<p>(BNCC – EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.</p> <p>(BNCC – EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.</p>

1. APROXIMAÇÃO

Videoaulas, livro didático e registro das aulas:

- ▶ Assista às videoaulas referentes aos objetos de conhecimento, gravadas pelo(a) professor(a) na ferramenta Microsoft Teams. Registre, em seu caderno, os pontos mais importantes dos conteúdos estudados durante o ano letivo e tenha sempre o livro didático em mãos para consultas.

2. PERCEPÇÃO E PREPARAÇÃO

Videoaulas relacionadas aos objetos de conhecimento com a proposta de aula invertida, na qual o estudante registra tópicos relevantes durante a realização da atividade:

- ▶ **FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**
<https://www.youtube.com/watch?v=1NyC9wdsQp8&t=785s>
- ▶ **PRISMAS E PIRÂMIDES**
<https://www.youtube.com/watch?v=o7JRbbc0HUA>
<https://www.youtube.com/watch?v=Ogpvwh5vx8Q>
- ▶ **CILINDROS, CONES E ESFERAS**
<https://www.youtube.com/watch?v=rpbFsCa7D4E>
<https://www.youtube.com/watch?v=RJSBvqVWHJo>
- ▶ **ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE**
<https://www.youtube.com/watch?v=g1nDzBRiF34>
<https://www.youtube.com/watch?v=iNCKGogNtKI>

3. AMPLIAÇÃO

Sequências didáticas com questionários de verificação da aprendizagem e gamificação:

- ▶ **PRISMAS E PIRÂMIDES**
<https://pt.khanacademy.org/math/geometry-home/geometry-volume-surface-area/geometry-volume-rect-prism/v/how-we-measure-volume>
- ▶ **CILINDROS**
<https://pt.khanacademy.org/math/geometry-home/geometry-volume-surface-area/geometry-volume-cones/v/cylinder-volume-and-surface-area>
- ▶ **ANÁLISE COMBINATÓRIA**
https://pt.khanacademy.org/math/statistics-probability/counting-permutations-and-combinations/counting-permutations-and-combinations/combinations-lib/e/combinations_1?modal=1
- ▶ **PROBABILIDADE**
https://pt.khanacademy.org/math/precalculus/prob-comb/basic-prob-precalc/e/probability_1

4. USO

TRIGONOMETRIA

01. O preço de venda de vários produtos é periódico. O preço de venda da saca de café em um determinado ano pode ser descrito pela função:

$$P(t) = 190 + 50 \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi t}{4} \right)$$

em que P é o preço da saca de café, em reais, e t é o tempo, em meses, sendo: $t = 1$, janeiro; $t = 2$, fevereiro, e assim por diante.

- a) Qual foi o preço máximo alcançado pela saca de café? Em que mês esse preço foi praticado pela primeira vez?
- b) Qual foi o preço mínimo alcançado pela saca de café? Em que mês esse preço foi praticado pela primeira vez?
02. Especialistas afirmam que, em determinada região de Minas Gerais, a temperatura média semanal T (em °C) pode ser expressa em função do tempo t , em semanas, por meio da função

$$T(t) = 20 + 12 \cdot \text{sen} 2\pi \left(\frac{t-15}{52} \right).$$

É possível verificar que a temperatura máxima atingida nessa região é de

- A) 30 °C.
B) 32 °C.
C) 34 °C.
D) 36 °C.
E) 38 °C.

03. No parque Guanabara, localizado em Belo Horizonte, está a roda-gigante Mirage, a segunda maior do Brasil.

Estudos mostram que a altura (h), em metros, em função do tempo (t), em minutos, pode ser descrita pela função

$$h(t) = 20 - 16 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{9}t\right)$$

- a) **DETERMINE** as alturas mínima e máxima que uma pessoa alcança nessa roda-gigante.



- b) Qual é o tempo gasto para a roda-gigante dar uma volta completa (período)?

04. Leia o texto abaixo.

O fenômeno das Marés

A conjugação da atração gravitacional entre os corpos do sistema Terra-Lua-Sol e rotação da Terra em torno de seu eixo são os principais fatores responsáveis pela ocorrência do fenômeno das marés, no qual as águas do mar atingem limites máximos e mínimos com determinada regularidade.

A altura H da maré, em metros, no porto de Boston, é aproximada pela fórmula a seguir, em que t é o tempo em horas desde a meia-noite do dia 10 de fevereiro.

$$H = 1,5 + 1,4 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{6}\right)$$

Disponível em <http://profgarcia.xpg.uol.com.br>. Acesso em: 22 fev. 2015 (adaptado).

Pela função dada no texto, a altura da maré no porto de Boston, no dia 10 de fevereiro, ao meio-dia era

- A) 2,9.
B) 2,3.
C) 1,9.
D) 1,5.
E) 1,4.

GEOMETRIA ESPACIAL

05. A base de uma pirâmide é um quadrado de 4 m de lado. Sabendo-se que a altura da pirâmide mede 12 m, o volume da pirâmide, em m^3 , vale
- A) 36.
 - B) 48.
 - C) 64.
 - D) 72.
 - E) 108.

06. Em uma indústria de velas, a parafina é armazenada em caixas cúbicas, cujo lado mede a . Depois de derretida, a parafina é derramada em moldes em formato de pirâmides de base quadrada, cuja altura e cuja aresta da base medem, cada uma, $\frac{a}{2}$.

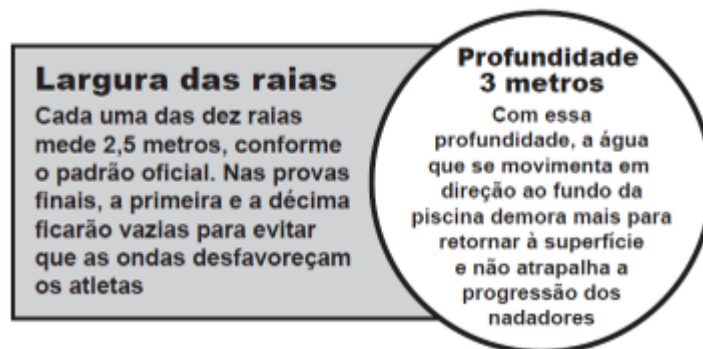
Considerando-se essas informações, é correto afirmar que, com a parafina armazenada em apenas **uma** dessas caixas, enche-se um **total** de

- A) 6 moldes.
 - B) 8 moldes.
 - C) 24 moldes.
 - D) 32 moldes.
07. **(FUVEST – SP)** Dois blocos de alumínio, em forma de cubo, com arestas medindo 10 cm e 6 cm, são levados juntos à fusão e, em seguida, o alumínio líquido é moldado como um paralelepípedo reto de arestas 8 cm, 8 cm e x cm. O valor de x é
- A) 16 m
 - B) 19 m
 - C) 17 m
 - D) 20 m
 - E) 18 m

08. **(UFF-RJ)** Dona Margarida comprou terra adubada para sua nova jardineira, que tem a forma e um paralelepípedo retângulo, cujas dimensões internas são: 1 m de comprimento, 25 cm de largura e 20 cm de altura. Sabe-se que 1 kg de terra ocupa um volume de $1,7 \text{ dm}^3$.

Nesse caso, para encher totalmente a jardineira, a quantidade de terra que Dona Margarida deverá utilizar é, aproximadamente,

- A) 85,0 kg.
B) 8,50 kg.
C) 29,4 kg.
D) 294,1 kg
09. **(ENEM)** Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:



Veja, n. 2 278, jul. 2012 (adaptado).

A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a

- A) 3 750.
B) 1 500.
C) 1 250.
D) 375.
E) 150.

10. (UFRN) Se um cilindro equilátero mede 12 m de altura, então o seu volume em m^3 vale
- A) 144π
 - B) 200π
 - C) 432π
 - D) 480π
 - E) 600π
11. (MACK – SP) A área total de um cilindro vale $48\pi m^2$ e a soma das medidas do raio da base e da altura é igual a 8 m. Então, em m^3 , o volume do sólido é
- A) 75π
 - B) 50π
 - C) 45π
 - D) 25π
 - E) 15π
12. Bolas de tênis, normalmente, são vendidas em embalagens cilíndricas contendo três unidades que tangenciam as paredes internas da embalagem. Numa dessas embalagens, se o volume não ocupado pelas bolas é 2π , o volume da embalagem é
- A) 8π
 - B) 10π
 - C) 12π
 - D) 4π
 - E) 6π



ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

13. **(FGV-SP – ADAPTADA)** De um grupo de 8 pessoas, entre elas Antônio e Benedito, deseja-se escolher uma comissão com 4 pessoas. Qual é o número de comissões que podem ser formadas nas quais Antônio participa e Benedito não?
14. **(UFMG – ADAPTADA)** Um clube resolve fazer uma Semana de Cinema. Para isso, os organizadores escolhem sete filmes, que serão exibidos um por dia. Porém, ao elaborar a programação, eles decidem que três desses filmes, que são de ficção científica, devem ser exibidos em dias consecutivos. Nesse caso, qual é o número de maneiras diferentes de se fazer a programação dessa semana?
15. **(PUC-RJ)** De um pelotão com 10 soldados, quantas equipes de cinco soldados podem ser formadas se em cada equipe um soldado é destacado como líder?
16. **(UFV-MG – ADAPTADA)** Um farmacêutico dispõe de 4 tipos de vitaminas e 3 tipos de sais minerais e deseja combinar 3 desses nutrientes para obter um composto químico. Qual é o número de compostos que poderão ser preparados usando-se, no máximo, 2 tipos de sais minerais?

17. Usando-se apenas os algarismos 1, 2, 3 e 4, podemos formar y números naturais diferentes e menores que 1000, sendo que x são deles três algarismos distintos. **DETERMINE** a razão $\frac{x}{y}$.
18. Uma equipe de 10 professores é formada por 6 de Matemática e 4 de Física. Para apresentar um projeto, será necessário escolher 5 professores, dos quais, no mínimo, um deve ser de Física. De quantas maneiras distintas poderá ser feita essa escolha?
19. **(FUVEST-SP – ADAPTADA)** Uma urna contém 20 bolas numeradas de 1 a 20. Seja o experimento: **retirada de uma bola**. Considere os eventos: $A = \{a \text{ bola retirada possui um múltiplo de } 2\}$; $B = \{a \text{ bola retirada possui um múltiplo de } 5\}$. Então, qual é a probabilidade do evento **$A \cup B$** ?
20. Uma máquina produziu 50 parafusos, dos quais 5 eram defeituosos. Ao pegar, ao acaso, 3 parafusos, qual é a probabilidade de que
- A) os três sejam perfeitos?
 - B) os três sejam defeituosos?
 - C) pelo menos dois sejam defeituosos?
 - D) pelo menos um seja defeituoso?

21. Uma família planejou ter 3 crianças. Qual é a probabilidade de que a família tenha 3 meninos já que a primeira criança que nasceu é menino?
22. **(MACK-SP)** Escolhe-se, ao acaso, um número de três algarismos distintos tomados do conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Qual é a probabilidade de, neste número não aparecer o algarismo 2 e aparecer o algarismo 4?
23. Sorteando-se um número de 1 a 30, qual é a probabilidade de que ele seja par ou múltiplo de 3?
24. Uma caixa branca contém 2 bolas verdes e 3 azuis, e uma caixa preta contém 5 bolas verdes e 2 azuis. Pretende-se retirar uma bola de uma das caixas. Para tanto, 2 dados são atirados. Se a soma resultante dos dois dados for menor que 6, retira-se uma bola da caixa branca. Nos demais casos, retira-se uma bola da caixa preta. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola verde?

5. FEEDBACK

Entre em contato com o(a) professor(a), por meio da ferramenta Microsoft Teams – Equipe Chat Professor, caso necessite de suporte para utilizar a Trilha de Aprendizagem ou esclarecer dúvidas na realização das atividades.

6. AVALIAÇÃO

As orientações para a Avaliação de Recuperação seguirão posteriormente.