



### MATEMÁTICA – 2.º ANO/EM

A Recuperação é uma estratégia do processo educativo que visa à superação de dificuldades específicas encontradas pelo aluno durante a Etapa Letiva.

Trata-se de uma oportunidade para que o aluno possa desenvolver as competências e as habilidades contempladas nos componentes curriculares e, dessa forma, alcançar o desempenho esperado.

Segue abaixo a relação de Objetos de Conhecimento que serão verificados na Avaliação de Recuperação.

OBJETOS DE CONHECIMENTO
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>Trigonometria (Revisão)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Razões trigonométricas no triângulo retângulo</li> <li>– Lei dos Senos e Lei dos Cossenos</li> </ul> </li> <li>▪ <b>Trigonometria</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Arcos e ângulos, circunferência trigonométrica, arcos côngruos, redução ao 1.º quadrante</li> </ul> </li> <li>▪ <b>Funções circulares</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Seno, cosseno, tangente / Período, amplitude, imagem e domínio – Aplicações</li> </ul> </li> </ul>

➤ **SUGESTÕES DE ATIVIDADES**

**TRIGONOMETRIA**

Aplique as razões trigonométricas no triângulo retângulo e no ciclo trigonométrico.

Compare arcos e ângulos no ciclo trigonométrico.

Resolva problemas envolvendo as funções trigonométricas, caracterizando, período, amplitude, imagem e domínio.

Resolva equações e trigonométricas.

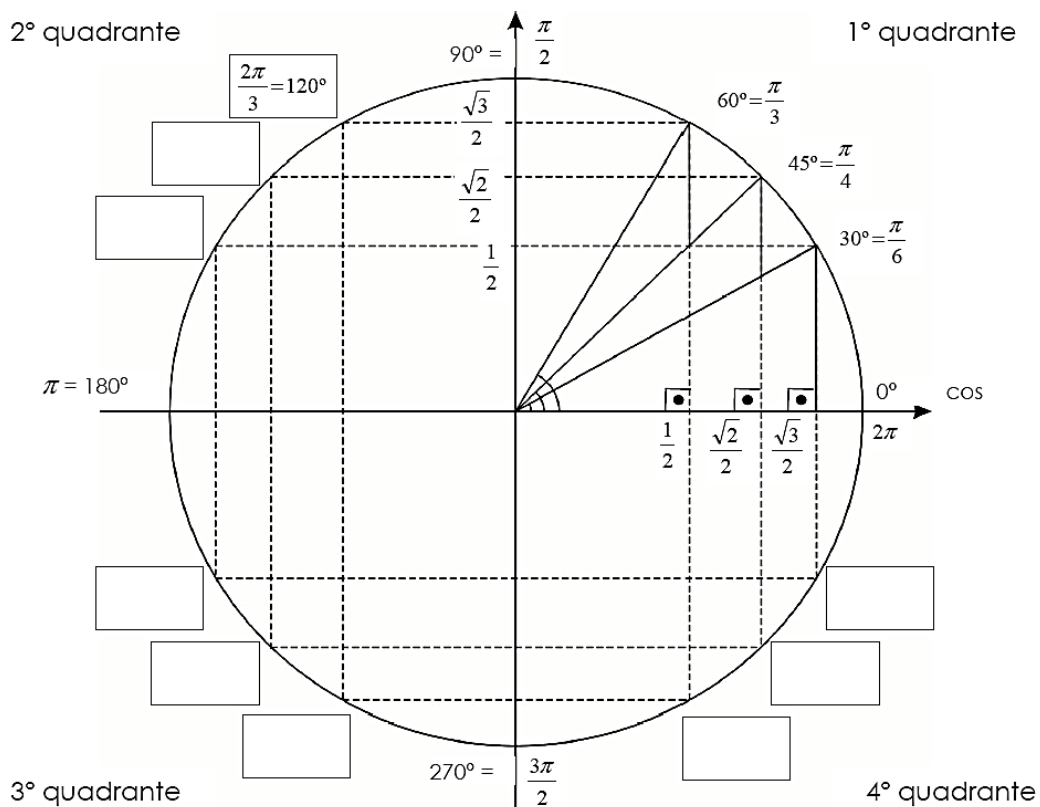
1. O preço de venda de vários produtos é periódico. O preço de venda da saca de café em um determinado ano pode ser descrito pela função:

$$P(t) = 190 + 50 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi t}{4}\right)$$

em que P é o preço da saca de café, em reais, e t é o tempo, em meses, sendo: t = 1, janeiro; t = 2, fevereiro, e assim por diante.

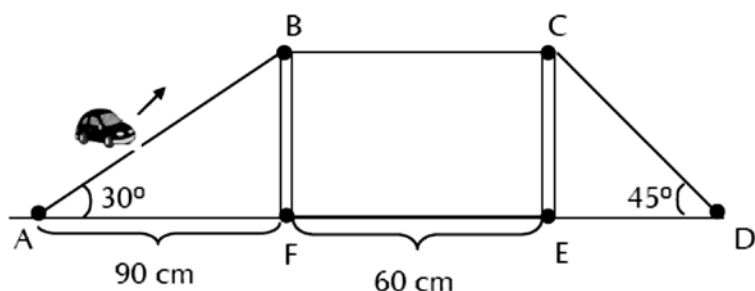
- a) Qual foi o preço máximo alcançado pela saca de café? Em que mês esse preço foi praticado pela primeira vez?
- b) Qual foi o preço mínimo alcançado pela saca de café? Em que mês esse preço foi praticado pela primeira vez?

2. **COMPLETE** o ciclo trigonométrico com as respectivas medidas.



b) **CALCULE** o valor da expressão  $\frac{\operatorname{sen} \frac{5\pi}{6} - \cos \frac{4\pi}{3}}{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}}$ .

3. Um carrinho de brinquedo percorre a pista de A até D, passando por B e C, conforme a figura abaixo.



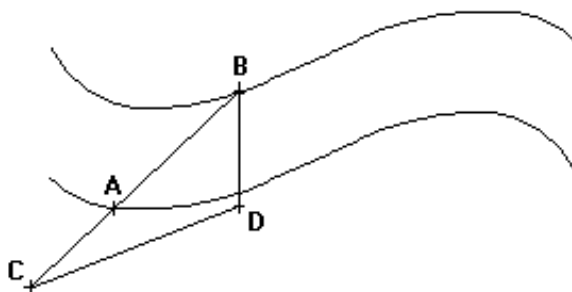
Considere:  $\sqrt{2} = 1,4$

$\sqrt{3} = 1,7$

BCEF é retângulo.

**CALCULE** a distância aproximada, em metros, percorrida pelo carrinho no trajeto dado, sabendo que o trajeto é formado por dois triângulos retângulos.

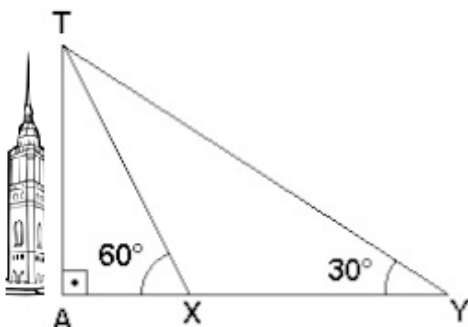
4. Para calcular a distância entre duas árvores situadas nas margens opostas de um rio, nos pontos A e B, um observador que se encontra junto à árvore A afasta-se 20 m da margem, na direção da reta AB, até o ponto C e depois caminha em linha reta até o ponto D, a 40 m de C, do qual ainda pode ver as árvores.



Tendo verificado que os ângulos  $\widehat{DCB}$  e  $\widehat{BDC}$  medem, respectivamente, cerca de  $15^\circ$  e  $120^\circ$ , que valor ele encontrou para a distância entre as árvores, se tiver usado a aproximação  $\sqrt{6} = 2,4$ ?

5. Em uma rua plana, uma torre AT é vista por dois observadores X e Y sob ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$  com a horizontal, como mostra a figura a seguir:

(Use a aproximação de 1,4 para  $\sqrt{2}$  e 1,7 para  $\sqrt{3}$ , se necessário).



- a) Se a distância entre os observadores é de 200 m, qual é a altura da torre?
- b) Um cabo de aço totalmente esticado liga os pontos T e Y. Qual é o comprimento desse cabo?
6. Considere os ângulos de  $2380^\circ$  e de  $\frac{23\pi}{6}$  e **DETERMINE**:
- a) o número de voltas completas no ciclo trigonométrico;
- b) o quadrante de localização da primeira determinação positiva.

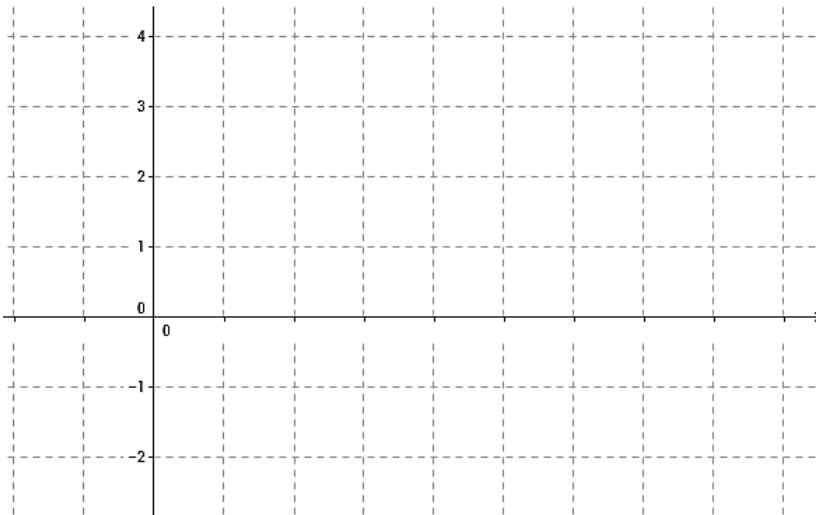
7. **CALCULE** o valor das seguintes expressões:

a) 
$$\frac{\cos 210^\circ + \sin 330^\circ}{2 \cdot \operatorname{tg} 135^\circ}$$

b)  $\cos^2 x \cdot \sec^2 x + 2 \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x$ , sabendo que  $x = \frac{\pi}{6}$

8. a) **COMPLETE** a tabela e **CONSTRUA** o gráfico da função trigonométrica  $f(x) = 1 + 2\cos(x)$ .

x	f(x)
0	
$\frac{\pi}{2}$	
$\pi$	
$\frac{3\pi}{2}$	
$2\pi$	



b) Qual é o domínio (Dm), a imagem (Im) e o período (T) da função?

9. No parque Guanabara, localizado em Belo Horizonte, está a roda gigante *Mirage*, a segunda maior do Brasil.

Estudos mostram que a altura (h), em metros, em função do tempo (t), em minutos, pode ser descrita pela função

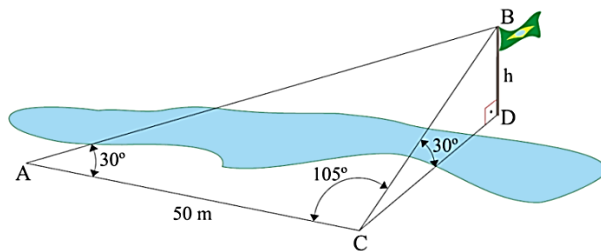
$$h(t) = 20 - 16 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{9}t\right).$$

a) **DETERMINE** as alturas mínima e máxima que uma pessoa alcança nessa roda gigante.

b) Qual é o tempo gasto para a roda gigante dar uma volta completa (período)?



10. (VUNESP) Uma pessoa se encontra no ponto A de uma planície, às margens de um rio, e vê, do outro lado do rio, o topo do mastro de uma bandeira, ponto B. Com o objetivo de determinar a altura  $h$  do mastro, ela anda, em linha reta, 50 m para a direita do ponto em que se encontrava e marca o ponto C. Sendo D o pé do mastro, avalia que os ângulos BAC e BCD valem  $30^\circ$ , e o  $ACB$  vale  $105^\circ$ , como mostra a figura.



**DETERMINE** a altura  $h$  do mastro.

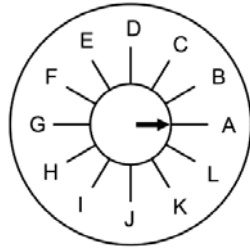
(Considere  $\sqrt{2} = 1,4$ ).

- A) 12,5 m  
 B) 15,0 m  
 C) 17,5 m  
 D) 25,5 m  
 E) 35,0 m
11. (UNIFOR-CE) Se  $k$  é o número real positivo que satisfaz simultaneamente as equações

$$\operatorname{sen} x = \frac{k+1}{3} \text{ e } \cos x = -k, \text{ então:}$$

- A)  $k = \frac{1}{5}$ .  
 B)  $k = \frac{2}{5}$ .  
 C)  $k = \frac{3}{5}$ .  
 D)  $k = \frac{4}{5}$ .  
 E)  $k = 1$ .

12. **(UNIFOR-CE)** O dispositivo de segurança de um cofre tem o formato da figura abaixo, onde as 12 letras A, B, ..., L estão igualmente espaçadas (o ângulo central entre duas letras vizinhas é o mesmo) e a posição inicial da seta, quando o cofre se encontra fechado, é a indicada.



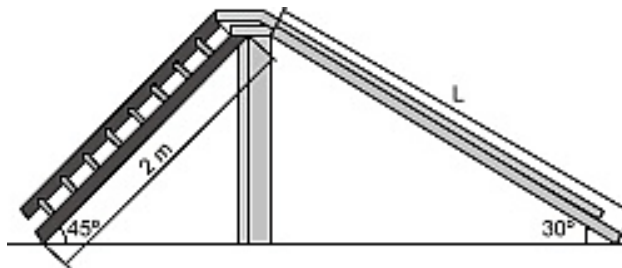
Para abrir o cofre, são necessárias três operações (o segredo), girando o disco menor (onde a seta está gravada), de acordo com as seguintes instruções, a partir da posição indicada:

- 1)  $\frac{2}{3}\pi$  no sentido anti-horário
- 2)  $\frac{3}{2}\pi$  no sentido horário
- 3)  $\frac{3}{4}\pi$  no sentido anti-horário

Pode-se, então, afirmar corretamente que o cofre será aberto quando a seta estiver

- A) no ponto médio entre L e A.
- B) na posição B.
- C) na posição K.
- D) em algum ponto entre J e K.
- E) na posição H.

13. (UFPB) Em parques infantis, é comum encontrar um brinquedo chamado escorregador, constituído de uma superfície plana inclinada e lisa (rampa), por onde as crianças deslizam tendo uma escada que dá acesso à rampa. No parque de certa praça, há um escorregador apoiado no solo, cuja escada tem 2 m de comprimento e forma um ângulo de  $45^\circ$  com o solo; e a rampa forma um ângulo de  $30^\circ$  com o mesmo solo, conforme ilustrado na figura a seguir.



De acordo com essas informações e adotando a tabela trigonométrica, é correto afirmar que o comprimento L do escorregador tem, aproximadamente,

- A)  $\sqrt{2}$  m.  
B)  $2\sqrt{2}$  m.  
C)  $3\sqrt{2}$  m.  
D)  $4\sqrt{2}$  m.  
E)  $5\sqrt{2}$  m.
14. O conjunto solução da equação  $\text{sen } x = \cos x$ , sendo  $0 \leq x < 2\pi$ , é

- A)  $\left\{ \frac{\pi}{4} \right\}$ .  
B)  $\left\{ \frac{\pi}{3} \right\}$ .  
C)  $\left\{ \frac{5\pi}{4} \right\}$ .  
D)  $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$ .  
E)  $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$ .

15. (UNIRIO) Leia o problema proposto a Calvin na tira seguinte:



O Estado de São Paulo, 28 abr. 2007.

Supondo que os pontos A, B e C sejam vértices de um triângulo cujo ângulo do vértice A mede  $60^\circ$ , então a resposta correta que Calvin deveria encontrar para o problema é, em centímetros,

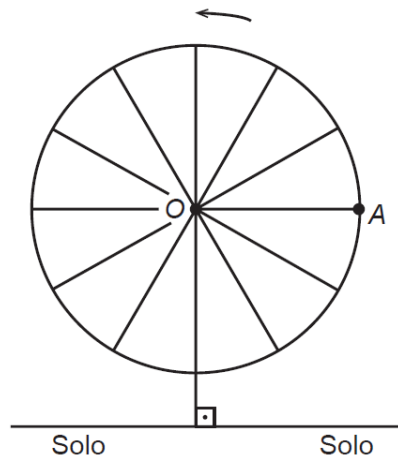
- A)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ .
- B)  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ .
- C)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ .
- D)  $5\sqrt{3}$ .
- E)  $10\sqrt{3}$ .

16. Em Londres, Tales andou na *London Eye*, para contemplar a cidade. Esta roda gigante de 135 metros de diâmetro está localizada à beira do rio Tâmesa. Suas 32 cabines envidraçadas foram fixadas à borda da roda com espaçamentos iguais entre si.

Então, a medida do arco formado por cinco cabines consecutivas é igual, em metros, a

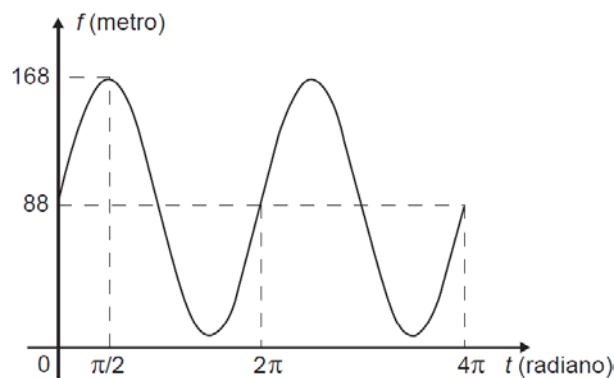
- A)  $\frac{135}{4}\pi$
- B)  $\frac{675}{32}\pi$
- C)  $\frac{675}{16}\pi$
- D)  $\frac{135}{8}\pi$
- E)  $\frac{135}{32}\pi$

17. (ENEM) Em 2014 foi inaugurada a maior roda-gigante do mundo, a *High Roller*, situada em Las Vegas. A figura representa um esboço dessa roda-gigante, no qual o ponto A representa uma de suas cadeiras:



Disponível em: <http://em.wikipedia.org>. Acesso em: 22 abr. 2014. (adaptado).

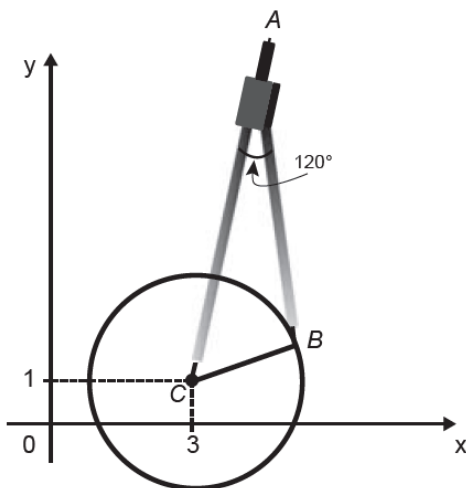
A partir da posição indicada, em que o segmento OA se encontra paralelo ao plano do solo, rotaciona-se a *High Roller* no sentido anti-horário, em torno do ponto O. Sejam  $t$  o ângulo determinado pelo segmento OA em relação à sua posição inicial, e  $f$  a função que descreve a altura do ponto A, em relação ao solo, em função de  $t$ . Após duas voltas completas,  $f$  tem o seguinte gráfico:



A expressão da função altura é dada por

- A)  $f(t) = 80 \operatorname{sen}(t) + 88$
- B)  $f(t) = 80 \operatorname{cos}(t) + 88$
- C)  $f(t) = 88 \operatorname{cos}(t) + 168$
- D)  $f(t) = 168 \operatorname{sen}(t) + 88 \operatorname{cos}(t)$
- E)  $f(t) = 88 \operatorname{sen}(t) + 168 \operatorname{cos}(t)$

18. (ENEM) Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento das hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano. Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso de forma que o ângulo formado por elas fosse de  $120^\circ$ . A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A conforme a figura.



Após concluir o desenho, ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados.

Tipo de material	Intervalo de valores do raio (cm)
I	$0 < R \leq 5$
II	$5 < R \leq 10$
III	$10 < R \leq 15$
IV	$15 < R \leq 21$
V	$21 < R \leq 40$

Considere 1,7 como aproximação para  $\sqrt{3}$ .

O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.

19. **(ENEM)** Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), produtos sazonais são aqueles que apresentam ciclos bem definidos de produção, consumo e preço. Resumidamente, existem épocas do ano em que a sua disponibilidade nos mercados varejistas ora é escassa, com preços elevados, ora é abundante, com preços mais baixos, o que ocorre no mês de produção máxima da safra. A partir de uma série histórica, observou-se que o preço  $P$ , em reais, do quilograma de um certo produto sazonal pode ser descrito pela função  $P(x) = 8 + 5\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right)$ , onde  $x$  representa o mês do ano, sendo  $x = 1$  associado ao mês de janeiro,  $x = 2$  ao mês de fevereiro, e assim sucessivamente, até  $x = 12$  associado ao mês de dezembro.

Disponível em: [www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br). Acesso em: 02 ago. 2012 (adaptado).

Na safra, o mês de produção máxima desse produto é

- A) janeiro.
- B) abril.
- C) junho.
- D) julho.
- E) outubro.

**20. Com 34,8 °C, BH tem o dia mais quente do ano e do verão, diz Inmet**

Belo Horizonte teve o dia mais quente do ano e do verão nesta segunda-feira (25), de acordo com o Instituto Nacional de Meteorologia (Inmet). A temperatura máxima registrada foi de 34,8 °C, às 15h, na estação Santo Agostinho, na Região Centro-sul da capital mineira, conforme o Inmet.

O calor intenso é devido a uma massa de ar quente que atua sobre o estado. Tanto que neste domingo já havia sido registrado outro recorde de temperatura, com 33,8 °C, de acordo com o meteorologista Claudemir Azevedo.

Nesta terça-feira (26), o calor deve diminuir, mas os termômetros ainda devem ficar na casa dos 30 °C. Também podem ocorrer pancadas de chuva no fim da tarde.

Disponível em: <https://g1.globo.com/mg/minas-gerais>. Acesso em: 6 mar. 2013.

Especialistas afirmam que, em determinada região de Minas Gerais, a temperatura média semana  $T$  (em °C) pode ser expressa em função do tempo  $t$ , em semanas, por meio da função

$T(t) = 20 + 12 \cdot \text{sen}2\pi\left(\frac{t-15}{52}\right)$  É possível verificar que a temperatura máxima atingida nessa região é de

- A) 30 °C.
- B) 32 °C.
- C) 34 °C.
- D) 36 °C.
- E) 38 °C.

21. O surfista Gabriel Medina, campeão mundial de surfe em 2014, tem como uma de suas manobras mais marcantes a chamada "720", que consiste em dar duas voltas completas com a prancha na crista da onda. Em uma tentativa de executar essa manobra, o surfista conseguiu dar apenas 1,5 volta. A manobra executada pelo surfista nessa tentativa poderia ser chamada de

- A) 180.
- B) 360.
- C) 450.
- D) 540.
- E) 630.

## 22. O fenômeno das Marés

A conjugação da atração gravitacional entre os corpos do sistema Terra-Lua-Sol e rotação da Terra em torno de seu eixo são os principais fatores responsáveis pela ocorrência do fenômeno das marés, no qual as águas do mar atingem limites máximos e mínimos com determinada regularidade.

A altura  $H$  da maré, em metros, no porto de Boston, é aproximada pela fórmula a seguir, em que  $t$  é o tempo em horas desde a meia-noite do dia 10 de fevereiro.

$$H = 1,5 + 1,4 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$$

Disponível em <http://profgarcia.xpg.uol.com.br>.

Acesso em: 22 fev. 2015 (adaptado).

Pela função dada no texto, a altura da maré no porto de Boston, no dia 10 de fevereiro, ao meio dia era

- A) 2,9.
- B) 2,3.
- C) 1,9.
- D) 1,5.
- E) 1,4.

23. Um barco sofre um naufrágio, ficando totalmente submersa. Desejando explorar o local do naufrágio, uma equipe de pesquisa pretende alcançar o navio e sabe que a profundidade real  $p$  pode ser estabelecida pela expressão  $p = \frac{37 \cdot d \cdot \cos \alpha}{\sqrt{7 + 9 \cdot \cos^2 \alpha}}$ , em que  $\alpha$  é o ângulo de incidência da luz na superfície da água e  $d$  é a profundidade aparente da embarcação.

O mergulhador estima que a profundidade real da embarcação quando  $\alpha = 60^\circ$  e  $d = 3$  m, será de

- A)  $\sqrt{35}$ .
- B)  $\sqrt{37}$ .
- C)  $\sqrt{39}$ .
- D)  $2\sqrt{35}$ .
- E)  $3\sqrt{37}$ .

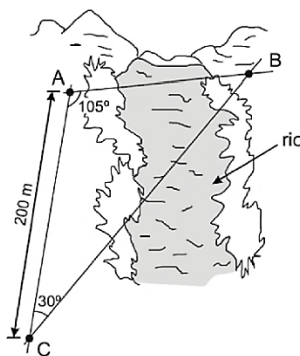
24. Estudando o comportamento de um grupo de leões na Savana africana, uma equipe de biólogos percebeu que, em certo ano, a população de leões ( $N$ ) variou em função do mês ( $t$ ), de acordo com a seguinte expressão:

$$N = 45 - 20 \cdot \text{sen} \left[ \frac{(t + 4)\pi}{12} \right]$$

Nessa função, janeiro corresponde a  $t = 0$ , fevereiro corresponde a  $t = 1$  e assim, sucessivamente, até dezembro, que corresponde a  $t = 11$ .

O primeiro mês do ano em que essa população correspondeu a 35 leões foi

- A) abril.  
 B) maio.  
 C) junho.  
 D) julho.  
 E) agosto.
25. A prefeitura de certa cidade vai construir, sobre um rio que corta essa cidade, uma ponte que deve ser reta e ligar dois pontos, A e B, localizados nas margens opostas do rio. Para medir a distância entre esses pontos, um topógrafo localizou um terceiro ponto, C, distante 200 m do ponto A e na mesma margem do rio onde se encontra o ponto A. Usando um teodolito (instrumento de precisão para medir ângulos horizontais e ângulos verticais, muito empregado em trabalhos topográficos), o topógrafo observou que os ângulos  $\widehat{BCA}$  e  $\widehat{CAB}$  mediam, respectivamente,  $30^\circ$  e  $105^\circ$ , conforme ilustrado na figura a seguir.



Com base nessas informações, determine a distância do ponto A ao ponto B.

- A)  $200\sqrt{2}$   
 B)  $180\sqrt{2}$   
 C)  $150\sqrt{2}$   
 D)  $100\sqrt{2}$   
 E)  $50\sqrt{2}$

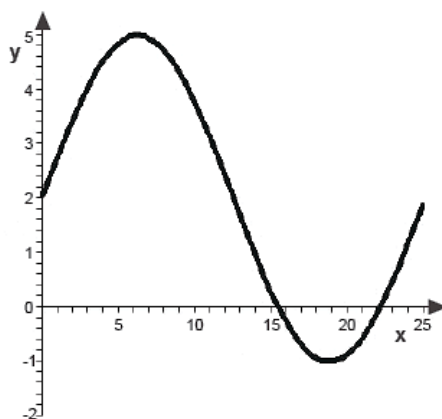
26. (UCSAL-BA) Se  $x \in [0, \pi]$  a equação  $8\text{sen}^2x - 4 = 0$  tem duas soluções reais e distintas  $a$  e  $b$ . Sabendo que  $a > b$ , é verdade que

- A)  $a = 3b$ .
- B)  $a = 2b$ .
- C)  $a + b = \frac{\pi}{2}$ .
- D)  $a + b = \frac{\pi}{3}$ .
- E)  $a - b = \frac{\pi}{6}$ .

27. Ao determinar o valor da expressão  $\cos 3240^\circ + \text{sen} 1470^\circ - \text{tg} 2295^\circ$ , encontramos

- A) 0,5.
- B) 1,0.
- C) 1,5.
- D) 2,0.
- E) 2,5.

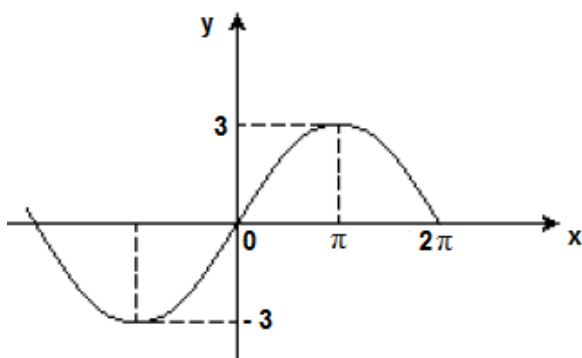
28. (PUC-RS) A figura a seguir representa um esboço do gráfico de uma função  $y = A + B\text{sen}\left(\frac{x}{4}\right)$ , que é muito útil quando se estudam fenômenos periódicos, como, por exemplo, o movimento de uma mola vibrante. ,



Então, o produto das constantes  $A$  e  $B$  é

- A) 6.
- B) 10.
- C) 12.
- D) 18.
- E) 50.

29. Sobre a função representada no gráfico, é correto afirmar:



- A) O período da função é  $2\pi$ .
- B) O domínio é o intervalo  $[-3, 3]$ .
- C) A imagem é o conjunto dos números reais.
- D) A função é sempre crescente.
- E) A função é  $y = 3 \cdot \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$ .

30. Ao convertermos  $32^\circ$  para radianos, obtemos

- A)  $\frac{8\pi}{45}$  rad.
- B)  $\frac{8\pi}{35}$  rad.
- C)  $\frac{7\pi}{45}$  rad.
- D)  $\frac{6\pi}{10}$  rad.
- E)  $\frac{7\pi}{15}$  rad.

31. Sabendo que  $\sec x = \frac{5}{2}$  e que  $x$  é um arco do 4º quadrante, podemos afirmar que o valor de  $\text{sen} x$  é

- A)  $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ .
- B)  $\frac{\sqrt{21}}{5}$ .
- C)  $\frac{2}{5}$ .
- D)  $-\frac{5\sqrt{21}}{5}$ .
- E)  $\frac{5\sqrt{21}}{5}$ .