

### MATEMÁTICA – 3.<sup>a</sup> SÉRIE/EM

A Recuperação é uma estratégia do processo educativo que visa à superação de dificuldades específicas encontradas pelo aluno durante a Etapa Letiva.

Trata-se de uma oportunidade para que o aluno possa desenvolver as competências e as habilidades contempladas nos componentes curriculares e, dessa forma, alcançar o desempenho esperado.

Segue abaixo a relação de Objetos de Conhecimento que serão verificados na Avaliação de Recuperação.

#### OBJETOS DE CONHECIMENTO – MATEMÁTICA I

##### **GEOMETRIA SÓLIDA**

Relação de Euler. Elementos. Prisma, pirâmide, cilindro, cone e Esfera. Tronco de pirâmide e de cone.

##### **GEOMETRIA ANALÍTICA – PONTO E RETA**

Reta orientada, sistema cartesiano ortogonal, estudo geral da reta, cálculo da área de um triângulo.

#### OBJETOS DE CONHECIMENTO – MATEMÁTICA II

##### **FUNÇÕES: FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA**

Sistema cartesiano ortogonal. Pares ordenados. Domínio e Imagem. Função do 1.<sup>o</sup> e 2.<sup>o</sup> grau. Gráficos. Equações e problemas. Inequações. Intervalos.

##### **FUNÇÕES: FUNÇÃO EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA**

Função exponencial. Função logarítmica. Gráficos. Equações e problemas. Inequações. Intervalos. Produtos notáveis e fatoração.

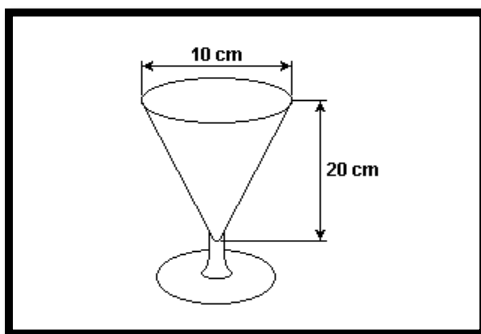
##### **ANÁLISE COMBINATÓRIA**

Princípio fundamental da contagem. Arranjos simples. Combinações simples. Permutações simples e com repetição.

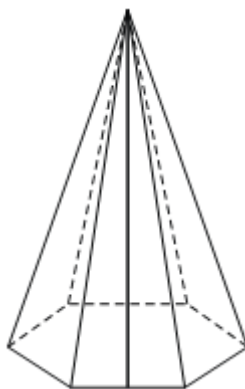
## SUGESTÕES DE ATIVIDADES

### GEOMETRIA SÓLIDA

1. Em uma lanchonete, um casal de namorados resolve dividir uma taça de *milk-shake*, na forma de um cone, com as dimensões mostradas no desenho.



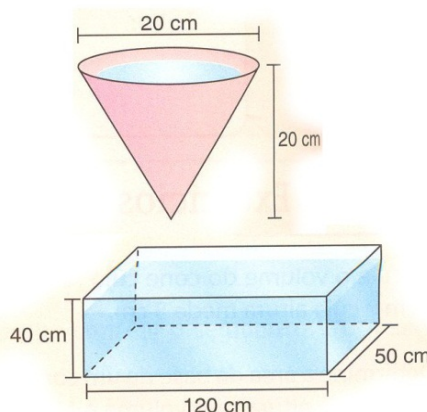
- a) Sabendo-se que a taça estava totalmente cheia e que eles beberam todo o *milk-shake*, **CALCULE** qual foi o volume, em mL, ingerido pelo casal. (Adote  $\pi = 3$ .)
- b) Se um deles beber sozinho até a metade da altura do copo, quanto do volume total, em porcentagem, terá bebido?
2. Uma pirâmide hexagonal regular tem a medida da área da base igual  $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .



Sabendo que a altura da pirâmide mede 6 cm, **CALCULE**:

- a) A área total da pirâmide.
- b) O volume total da pirâmide.

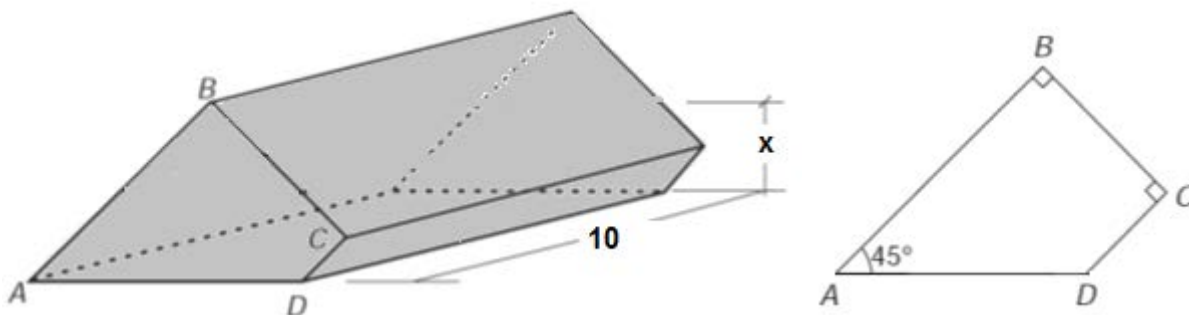
3. Fernando utiliza um recipiente, em forma de um cone circular reto, para encher com água um aquário em forma de paralelepípedo retângulo. As dimensões do cone são 20 cm de diâmetro de base e 20 cm de altura e as do aquário são 120 cm, 50 cm e 40 cm, conforme as ilustrações.



Cada vez que Fernando enche o recipiente na torneira do jardim, ele derrama 20% de seu conteúdo no caminho e despeja o restante no aquário. Estando o aquário inicialmente vazio, qual é o número mínimo de vezes que Fernando deverá encher o recipiente na torneira para que a água despejada no aquário atinja  $\frac{1}{5}$  de sua capacidade?

(Use  $\pi = 3$ .)

4. A figura abaixo representa um prisma trapezoidal com 10 m de comprimento que será usado como apoio e sustentação em uma obra de engenharia. Ao lado está representado corte paralelo ao plano da base deste prisma.



Nessas figuras, o quadrilátero  $ABCD$  tem:

- ângulos retos nos vértices  $B$  e  $C$ ;
- ângulo de  $45^\circ$  no vértice  $A$ ;
- $AB = 4$  metros,  $BC = 3$  metros e  $CD = 2$  metros.

Com base nessas informações, **DETERMINE**:

a) a distância do vértice  $B$  até o lado  $AD$ ;

b) o volume do prisma.

5. Uma indústria de perfumes embala seus produtos, atualmente, em frascos esféricos de raio  $R$ , com volume dado por  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ .

Observou-se que haverá redução de custos se forem utilizados frascos cilíndricos com raio da base, cujo volume será dado por  $V_f = \pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot h$ , sendo  $h$  a altura da nova embalagem.

Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura do frasco cilíndrico (em termos de  $R$ ) deverá ser igual a

- A)  $2R$ .
- B)  $4R$ .
- C)  $6R$ .
- D)  $9R$ .
- E)  $12R$ .

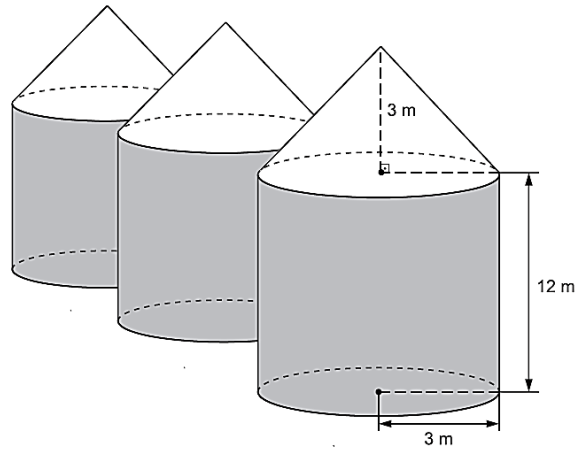
6. Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10 mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado. Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas.

(Use 3 como valor aproximado para  $\pi$ .)

A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a

- A) 168.
- B) 304.
- C) 306.
- D) 378.
- E) 514.

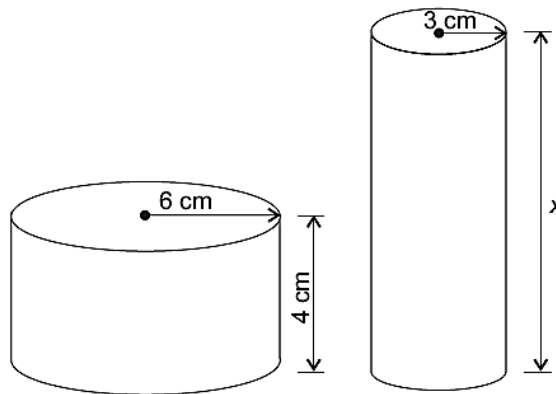
7. Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de  $20 \text{ m}^3$ . Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



(Utilize 3 como aproximação para  $\pi$ .)

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

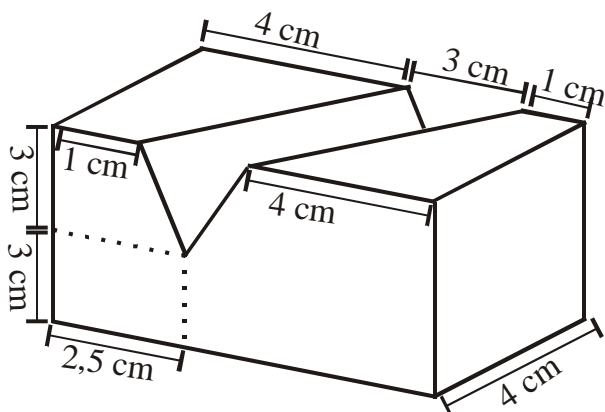
- A) 6.
  - B) 16.
  - C) 17.
  - D) 18.
  - E) 21.
8. Uma fábrica brasileira de exportação de peixes vende para o exterior atum em conserva, em dois tipos de latas cilíndricas: uma de altura igual a 4 cm e raio 6 cm, e outra de altura desconhecida e raio de 3 cm, respectivamente, conforme a figura. Sabe-se que a medida do volume da lata que possui raio maior,  $V_1$ , é 1,6 vezes a medida do volume da lata que possui raio menor,  $V_2$ .



A medida da altura desconhecida vale

- A) 8 cm.
- B) 10 cm.
- C) 16 cm.
- D) 20 cm.
- E) 40 cm.

9. O projeto para canalização da água de um rio é constituído de uma peça maciça de concreto composta por um paralelepípedo retângulo, retirando-se um prisma, conforme indica a maquete, em escala, abaixo.

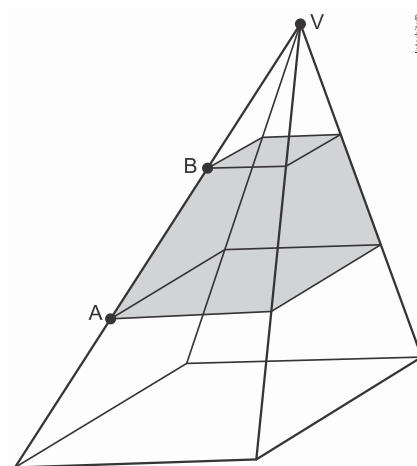


Sabendo que o volume de água captada em um dia equivale à metade do volume desse sólido, **DETERMINE** o volume de água captada durante uma semana.

- A)  $126 \text{ cm}^3$   
 B)  $609 \text{ cm}^3$   
 C)  $672 \text{ cm}^3$   
 D)  $1281 \text{ cm}^3$   
 E)  $1344 \text{ cm}^3$
10. Observe, na imagem ao lado, uma pirâmide de base quadrada, seccionada por dois planos paralelos à base, um contendo o ponto A e o outro, o ponto B. Esses planos dividem cada aresta lateral em três partes iguais.

Considere as seguintes medidas da pirâmide:

- altura = 9 cm;
- aresta da base = 6 cm;
- volume total =  $108 \text{ cm}^3$ .

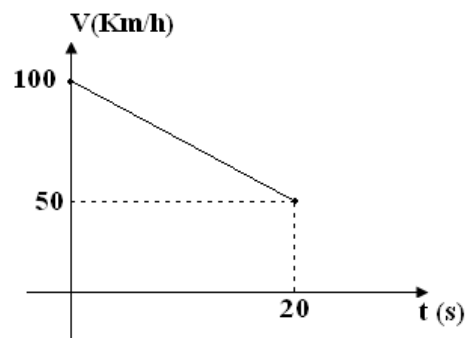


O volume da região compreendida entre os planos paralelos, em  $\text{cm}^3$ , é

- A) 26.  
 B) 24.  
 C) 28.  
 D) 30.  
 E) 32.

## GEOMETRIA ANALÍTICA

1. O gráfico abaixo representa a velocidade ( $v$ ) de uma partícula em função do tempo ( $t$ ), em segundos.



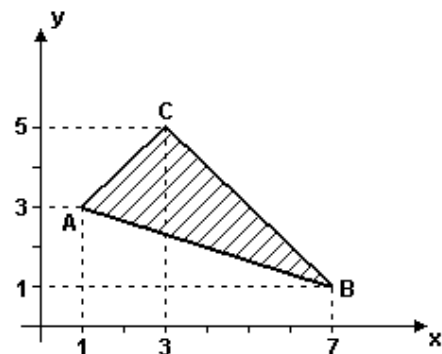
Analisando o gráfico, **DETERMINE**:

- a) o coeficiente angular e a equação geral da reta;
- b) a reta perpendicular à apresentada no gráfico que passa pelo ponto (20,50).
2. A reta de equação  $2x + 12y - 3 = 0$ , em relação a um sistema cartesiano ortogonal, forma com os eixos do sistema um triângulo cuja área é:
3. **DETERMINE** a distância entre os pontos  $P = (1,8)$  e  $Q = (-3, 5)$ .
4. Num triângulo **ABC**, sendo  $A = (4,3)$ ,  $B = (0,-3)$  e **C** um ponto pertencente ao eixo OX com  $\overline{AC} = \overline{BC}$ . **DETERMINE** as coordenadas do ponto C.
5. Os pontos  $A = (0,0)$ ,  $B = (3,7)$  e  $C = (5, -1)$  são vértices de um triângulo. **DETERMINE** o comprimento da mediana  $\overline{AM}$ .
6. **(PUC)** Sejam A e B os pontos (1, 1) e (5, 7) no plano. **DETERMINE** O ponto médio do segmento AB.

7. **(FGV — ADAPTADA)** No plano cartesiano, o triângulo de vértices  $A(1, -2)$ ,  $B(m, 4)$  e  $C(0, 6)$  é retângulo em  $A$ . **CALCULE** o valor de  $m$ .
8. **CALCULE** o valor de  $x$  para que os pontos  $A = (x, 5)$ ,  $B = (-2, 3)$  e  $C = (4, 1)$  sejam alinhados.
9. **(UNESP)** Um triângulo tem vértices  $P = (2, 1)$ ,  $Q = (2, 5)$  e  $R = (x, 4)$ . Sabendo-se que a área do triângulo é 20, **CALCULE** a abscissa do ponto  $R$ .
- A) 8 ou 12  
 B) 9 ou -12  
 C) 10 ou 9  
 D) 11 ou -8  
 E) 12 ou -8
10. **(UERJ)** No sistema de coordenadas cartesianas a seguir, está representado o triângulo  $ABC$ .

Em relação a esse triângulo,

- a) **DEMONSTRE** que ele é retângulo;
- b) **CALCULE** a sua área.



## FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

1. A receita  $R$ , em reais, obtida por uma empresa com a venda de  $q$  unidades de certo produto, é dada por  $R(q) = 115q$ , e o custo  $C$ , em reais, para produzir  $q$  dessas unidades, satisfaz a equação  $C(q) = 90q + 760$ . Para que haja lucro, é necessário que a receita  $R$  seja maior que o custo  $C$ .
- DETERMINE** o número mínimo de unidades desse produto que deverá ser vendido para que essa empresa tenha lucro.

2. Planeja-se construir duas estradas em uma região plana. Colocando coordenadas cartesianas na região, as estradas ficam representadas pelas partes dos gráficos da parábola  $y = -x^2 + 10x$  e da reta  $y = 4x + 5$ , com  $2 \leq x \leq 8$ .

Qual é a soma das coordenadas do ponto representando a interseção das estradas?

3. **(UEL-PR)** Na cidade **A**, o valor a ser pago pelo consumo de água é calculado pela companhia de saneamento, conforme mostra o quadro a seguir.

QUANTIDADE DE ÁGUA CONSUMIDA (EM M <sup>3</sup> )	VALOR A SER PAGO PELO CONSUMO DE ÁGUA (EM REAIS)
Até 10	R\$ 18,00
Mais do que 10	R\$ 18,00 + (R\$ 2,00 por m <sup>3</sup> que excede 10 m <sup>3</sup> )

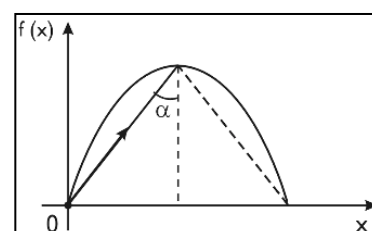
Na cidade **B**, outra companhia de saneamento determina o valor a ser pago pelo consumo de água por meio da função cuja lei de formação é representada algebricamente por  $B(x) = \begin{cases} 17 & \text{se } x \leq 10 \\ 2,1x - 4 & \text{se } x > 10 \end{cases}$ , em que **x** representa a quantidade de água consumida (em m<sup>3</sup>) e **B(x)** representa o valor a ser pago (em reais).

- a) **REPRESENTE** algebricamente a lei de formação da função que descreve o valor a ser pago pelo consumo de água na cidade **A**.
- b) Para qual quantidade de água consumida, o valor a ser pago será maior na cidade **B** do que na cidade **A**?
4. A figura mostrada a seguir indica um anteparo parabólico que é representado pela função definida por  $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + 2\sqrt{3}x$ .

Uma bolinha de aço é lançada da origem e segue uma trajetória retilínea. Ao incidir no vértice de anteparo, é refletida e a nova trajetória é simétrica à inicial, em relação ao eixo da parábola, conforme representado abaixo:

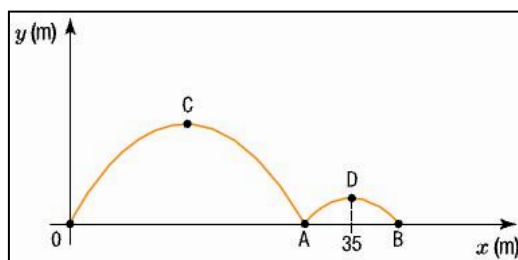
O valor do ângulo de incidência corresponde a.

- A) 15°.  
 B) 22,5°.  
 C) 30°.  
 D) 45°.  
 E) 60°.



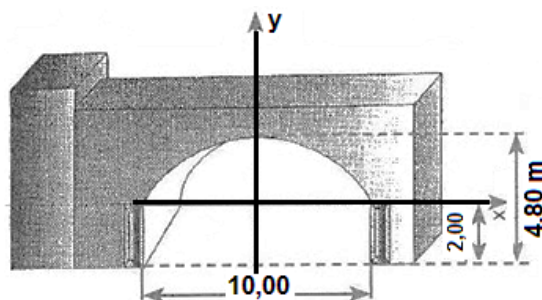
5. Uma bola de beisebol é lançada de um ponto 0 e, em seguida, toca o solo nos pontos A e B, conforme representado no sistema de eixos ortogonais. Durante sua trajetória, a bola descreve duas parábolas com vértices C e D.

A equação de uma dessas parábolas é  $y = -\frac{x^2}{75} + \frac{2x}{5}$ .



Se a abscissa de D é 35 m, qual é a distância, em metros, do ponto 0 ao ponto B?

6. Observe a figura, que mostra medidas da construção de um *shopping*.



A parte superior de entrada desse *shopping* tem a forma de um arco de parábola de eixo de simetria vertical. A altura máxima do vão de entrada é 4,8 m, a altura de cada coluna mede 2 m e a distância, entre elas, é de 10 m. Considerando um sistema de coordenadas como a figura, a equação da parábola, cujo arco forma a parte superior da entrada, é

- A)  $y = -\frac{14}{125}x^2 + \frac{14}{5}$ .
- B)  $y = -\frac{28}{125}x^2 + \frac{28}{5}$ .
- C)  $y = -\frac{14}{125}x^2 + \frac{28}{5}x - \frac{14}{5}$ .
- D)  $y = -\frac{28}{125}x^2 + \frac{56}{25}x - \frac{28}{5}$ .
- E)  $y = -\frac{14}{125}x^2 + \frac{56}{25}x + \frac{14}{5}$ .
7. Adilson é dono de 20 apartamentos destinados à locação (aluguel). No momento, todos os apartamentos estão alugados no valor de R\$ 800,00 cada um. Adilson fez um estudo e descobriu que, para cada aumento de R\$ 100,00 no valor do aluguel, ele perde 1 inquilino (pessoa que mora de aluguel).

Qual deverá ser o valor do aluguel para que se tenha arrecadação máxima?

## FUNÇÕES EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA

1. Uma peça metálica foi aquecida até atingir a temperatura de 150 °C. A partir daí, a peça resfriará de forma que, após  $t$  minutos, sua temperatura (em graus Celsius) seja determinada pela função  $T(t) = 25 + 125 \cdot 5^{-kt}$ .

Registros mostraram que a temperatura do corpo após uma hora é 30 °C.

Considerando essas informações,

- a) **DETERMINE** o instante em que a temperatura do corpo atinge 26 °C;

- b) **DETERMINE** o instante em que a temperatura do corpo atinge 75 °C.

(Use a aproximação de 0,3 para o logaritmo decimal de 2 e a aproximação de 0,7 para o logaritmo decimal de 5.)

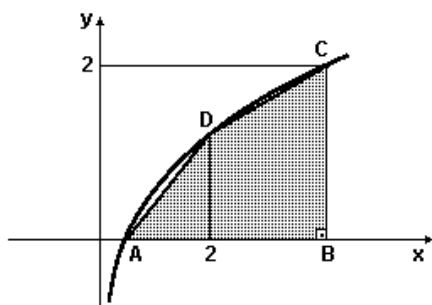
2. As seguintes leis representam as estimativas de valores (em mil reais) de dois apartamentos, A e B, adquiridos na mesma data, passados  $t$  anos da data da compra.

- Apartamento A:  $V(t) = 2^{t+1} + 120$
- Apartamento B:  $V(t) = 6 \cdot 2^{t-2} + 248$

- a) Por quais valores foram adquiridos os apartamentos A e B, respectivamente?

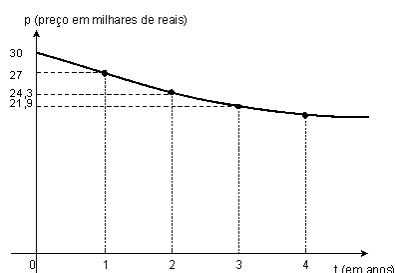
- b) Qual será o tempo necessário (a partir da data de aquisição) para que ambos tenham valores iguais?

3. Na figura a seguir, encontram-se representados o gráfico da função definida por  $f(x) = \log_2 x$  e o polígono ABCD. Os pontos A, C e D estão sobre o gráfico de  $f$ . Os pontos A e B estão sobre o eixo das abscissas. O ponto C tem ordenada 2, o ponto D tem abscissa 2 e BC é perpendicular ao eixo das abscissas.



Sabendo que os eixos estão graduados em centímetros, **DETERMINE** a área do polígono ABCD.

4. O valor de um determinado tipo de automóvel desvaloriza  $x\%$  em relação ao ano anterior, conforme o gráfico seguinte.



O preço inicial do veículo de R\$ 30.000,00, após 4 anos, será, aproximadamente,

- A) R\$ 18.000,00.  
 B) R\$ 18.600,00.  
 C) R\$ 19.200,00.  
 D) R\$ 19.700,00.  
 E) R\$ 20.000,00.
5. O processo de resfriamento de um corpo, conhecido como lei de resfriamento de Newton, é descrito por uma função exponencial dada por  $T(t) = T_A + B \cdot 3^{Ct}$ , em que  $T(t)$  é a temperatura do corpo, em graus Celsius, no instante  $t$ , dado em minutos,  $T_A$  é a temperatura ambiente, que é considerada constante, e  $B$  e  $C$  são constantes. O referido corpo foi colocado dentro de um congelador que tem temperatura  $T_A$  constante de  $-24$  graus. Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu  $0$  °C após 90 minutos e chegou a  $-16$  °C, após 180 minutos.

Nesse caso, qual é o valor da constante  $B$ ?

6. A função  $C(t) = 200 \cdot 3^{k \cdot t}$ , com  $k = \frac{1}{12}$ , dá o crescimento do número **C** de bactérias, no instante **t** em horas. O tempo necessário, em horas, para que haja, nessa cultura, 1.800 bactérias, está no intervalo.
- A) [0, 4].  
B) [4, 12].  
C) [12, 36].  
D) [36, 72].  
E) [72, 108].

7. Pesquisas indicam que o número de bactérias **X** é duplicado a cada quarto de hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial de  $10^5$  bactérias **X** e encerrou a observação ao final de uma hora.

Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias **X** se duplica a cada quarto de hora. Após uma hora do início do período de observação desse aluno, o número de bactérias **X** foi de

- A)  $2^{-2} \cdot 10^5$   
B)  $2^{-1} \cdot 10^5$   
C)  $2^2 \cdot 10^5$   
D)  $2^3 \cdot 10^5$   
E)  $2^4 \cdot 10^5$
8. Um lago usado para abastecer uma cidade foi contaminado após um acidente industrial, atingindo o nível de toxidez  $T_0$ , correspondente a dez vezes o nível inicial. Leia as informações a seguir.
- A vazão natural do lago permite que 50% de seu volume sejam renovados a cada dez dias.
  - O nível de toxidez  $T(x)$ , após  $x$  dias do acidente, pode ser calculado por meio da seguinte equação:

$$T(x) = T_0 \cdot (0,5)^{0,1x}$$

Considere **D** o menor número de dias de suspensão do abastecimento de água, necessário para que a toxidez retorne ao nível inicial. Sendo  $\log 2 = 0,3$ , o valor de **D** é igual a

- A) 30.  
B) 32.  
C) 34.  
D) 36.  
E) 42.

9. As populações de duas culturas de bactérias têm seus respectivos crescimentos dados pelas expressões  $f(t) = 600 \cdot 3^t$  e  $g(t) = 400 \cdot 2^{2t}$ , nas quais  $t$  é o tempo, em meses, contado a partir do início das culturas.

Utilizando 0,3 e 0,48 como aproximações dos logaritmos decimais de 2 e de 3 respectivamente, após quanto tempo do início dessas culturas suas populações serão iguais?

- A) 3 meses
- B) 2 meses e meio
- C) 2 meses
- D) 1 mês e meio
- E) 1 mês

### ANÁLISE COMBINATÓRIA

1. Em uma escola temos cinco professores de matemática, quatro de física e três de química.

Quantas comissões de quatro pessoas podemos formar com esses professores?

2. **(ENEM – ADAPTADA)** A queima de cana aumenta a concentração de dióxido de carbono e de material particulado na atmosfera, causa alteração de clima e contribui para o aumento de doenças respiratórias. A tabela abaixo apresenta números relativos a pacientes internados em um hospital no período da queima da cana.

Pacientes	Problemas respiratórios causados pelas queimadas	Problemas respiratórios resultantes de outras causas	Outras Doenças	Total
Idosos	50	150	60	260
Crianças	150	210	90	450

Escolhe-se ao acaso 8 idosos e 6 crianças. Quantos grupos com 7 pacientes podemos formar com exatamente 3 idosos e 4 crianças?

3. Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando *videogame*. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?

4. O comitê organizador da Copa do Mundo 2014 criou a logomarca da Copa, composta de uma figura plana e o *slogan* “Juntos num só ritmo”, com mãos que se unem formando a taça Fifa.

Disponível em: [www.pt.fifa.com](http://www.pt.fifa.com). Acesso em: 19 nov. 2013 (adaptado).

Considere que o comitê organizador resolvesse utilizar as cores da bandeira nacional (verde, amarelo, azul e branco) para colorir a logomarca, de forma que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

De quantas maneiras diferentes o comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas?



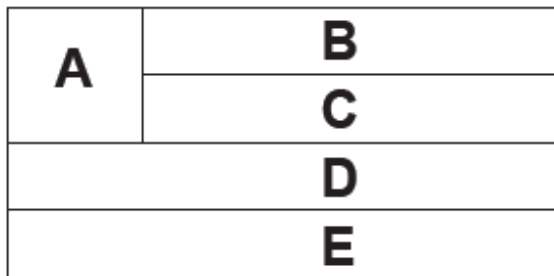
5. Uma empresa de turismo deseja organizar um pacote de viagens a sete cidades, entre elas, Natal e Fortaleza. A primeira cidade a ser visitada deve ser, necessariamente, Natal ou Fortaleza.

Considerando-se essas condições, para oferecer tal pacote de viagens, a empresa pode organizar quantas viagens distintas?

6. Em uma confeitaria, são produzidos e vendidos 5 tipos diferentes de doces. Além disso, a dona da empresa pode misturar esses doces três a três, em quantidades iguais, obtendo, assim, novos tipos de doces.

**CALCULE** o total de variedades de doces de que essa confeitaria dispõe.

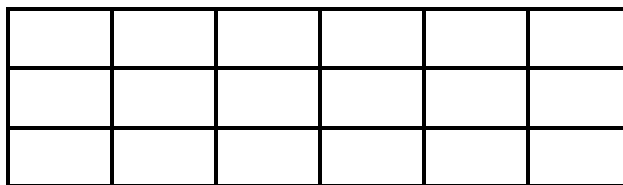
7. A bandeira de um estado é formada por cinco faixas, A, B, C, D e E, dispostas conforme a figura.



Deseja-se pintar cada faixa com uma das cores, verde, azul ou amarelo, de tal forma que faixas adjacentes não sejam pintadas com a mesma cor.

**CALCULE** o cálculo do número de possibilidades distintas de se pintar essa bandeira, de acordo com a exigência acima.

8. Júlia contratou um profissional para pintar 6 dos 18 azulejos que ficam em cima de sua mesa. Ele deve pintar, exatamente, 2 retângulos em cada linha (horizontal) e 1 em cada coluna (vertical).



De quantos modos diferentes o profissional pode executar essa tarefa?

9. Seis amigos viajam para uma casa na praia durante as férias. O único quarto da casa tem três camas disponíveis, sendo uma de solteiro, uma de viúva e uma de casal. Cada cama será ocupada por uma única pessoa, e as restantes ficarão em colchões dispostos na sala.

**DETERMINE** o número de maneiras distintas de se alocar os amigos nas 3 camas disponíveis.